



DOI: https://doi.org/10.23857/dc.v10i1.3728

Ciencias Técnicas y Aplicadas Artículo de Investigación

Método numérico y aplicaciones del campo acústico producido por un sistema de propulsión en cohetes

Numerical method and applications of the acoustic field produced by a rocket propulsion system

Método numérico e aplicações do campo acústico produzido por um sistema de propulsão de foguetões

Milton Stalin Muñoz Grandes ^I msmunoz@espe.edu.ec https://orcid.org/0009-0003-4613-969X

Correspondencia: msmunoz@espe.edu.ec

*Recibido: 20 de noviembre de 2023 *Aceptado: 12 de diciembre de 2023 * Publicado: 30 de enero de 2024

 Magíster en Administración de Empresas, Ingeniero Mecánico Aeronáutico, Tecnólogo en Mecánica Aeronáutica mención Motores, Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica, Latacunga, Ecuador.



Resumen

El estudio se centró en la aeroacústica, explorando los ruidos generados por la turbulencia del aire en un cohete. Se llevó a cabo un análisis del nivel de intensidad sonora (SPL) en el centro de un modelo 2D de un cohete. La metodología se fundamentó en la aplicación numérica de la ecuación de Curle, una adaptación de la ecuación de Lightill, diseñada para considerar la interacción entre superficies sólidas y ondas de presión en un entorno de fluido dinámico. Se emplearon datos de velocidades y presiones del cohete obtenidos mediante técnicas computacionales de dinámica de fluidos (CFD). La fase inicial abordó la obtención de las fluctuaciones temporales de presión y velocidad en cada punto del campo. Se colocaron observadores a lo largo de la línea central y se aplicó la ecuación de Curle numérica a todos los puntos del flujo, considerando distancias y retrasos temporales entre fuentes y observadores. Los resultados revelaron un SPL promedio de alrededor de 84 dB en el centro del cohete, aumentando a 84.8 dB hacia la mitad y descendiendo a 84.5 dB aguas abajo. Esta investigación detallada proporcionó una comprensión integral de la distribución y la intensidad del ruido generado por la interacción del aire en movimiento con el cohete.

Palabras Claves: aeroacústica; cohete; ruido; ecuación de Curle.

Abstract

The study focused on aeroacoustics, exploring the noises generated by air turbulence in a rocket. An analysis of the sound intensity level (SPL) was carried out at the center of a 2D model of a rocket. The methodology was based on the numerical application of the Curle equation, an adaptation of the Lightill equation, designed to consider the interaction between solid surfaces and pressure waves in a dynamic fluid environment. Rocket velocity and pressure data obtained through computational fluid dynamics (CFD) techniques were used. The initial phase addressed obtaining the temporal fluctuations in pressure and velocity at each point in the field. Observers were placed along the center line and the numerical Curle equation was applied to all points in the flow, considering distances and temporal delays between sources and observers. The results revealed an average SPL of around 84 dB at the center of the rocket, rising to 84.8 dB towards the middle and dropping to 84.5 dB downstream. This detailed investigation provided a comprehensive understanding of the distribution and intensity of noise generated by the interaction of moving air with the rocket.

Keywords: aeroacoustics; rocket; noise; Curle equation.



Resumo

O estudo focou na aeroacústica, explorando os ruídos gerados pela turbulência do ar em um foguete. Uma análise do nível de intensidade sonora (NPS) foi realizada no centro de um modelo 2D de um foguete. A metodologia baseou-se na aplicação numérica da equação de Curle, uma adaptação da equação de Lightill, projetada para considerar a interação entre superfícies sólidas e ondas de pressão em um ambiente fluido dinâmico. Foram utilizados dados de velocidade e pressão do foguete obtidos através de técnicas de dinâmica de fluidos computacional (CFD). A fase inicial tratou da obtenção das flutuações temporais de pressão e velocidade em cada ponto do campo. Os observadores foram colocados ao longo da linha central e a equação numérica de Curle foi aplicada a todos os pontos do fluxo, considerando distâncias e atrasos temporais entre fontes e observadores. Os resultados revelaram um SPL médio de cerca de 84 dB no centro do foguete, subindo para 84,8 dB no meio e caindo para 84,5 dB a jusante. Esta investigação detalhada proporcionou uma compreensão abrangente da distribuição e intensidade do ruído gerado pela interação do ar em movimento com o foguete.

Palavras-chave: aeroacústica; foguete; barulho; Equação de curvatura.

Introducción

La aeroacústica, un campo con más de seis décadas de existencia, ha evolucionado desde su aparición junto al diseño de aviones, impulsada por la necesidad de reducir el ruido aerodinámico. Si bien a menudo se asocia la aeroacústica con aviones y cohetes, los fenómenos aeroacústicos influyen en situaciones cotidianas, como el zumbido del viento sobre los cables eléctricos o el ruido generado al abrir una ventana en un vehículo en movimiento, así como el sonido al soplar a través de una botella (Zhu et al., 2020). A pesar de que muchos avances en aeroacústica provienen de métodos experimentales, la simulación numérica se ha convertido en un componente esencial para estudiar este campo. La aeroacústica computacional (CAA) permite modelar matemáticamente el sonido generado por flujos de aire, abriendo nuevas posibilidades en la investigación (Zaareer et al., 2023). Es esencial comprender la diferencia entre el concepto cotidiano de sonido, relacionado con la percepción auditiva, y la definición aeroacústica, que se refiere a las fluctuaciones de presión propagadas como ondas a la velocidad del sonido (ver Figura 1). Aquí, el sonido se define como fluctuaciones de presión que se propagan como ondas, mientras que las fluctuaciones hidrodinámicas se refieren a las variaciones de presión debido a turbulencias (Schram & Bennett, 2024).







Figura 1. Flujo turbulento que incide sobre una estructura que irradia ondas sonoras.

Dentro de la aeroacústica, métodos como las ecuaciones de Lighthill y Curle han sido desarrollados para calcular la generación y propagación del sonido (Papaxanthos et al., 2017a). Este estudio se enfoca en la ecuación de Curle, una extensión de la ecuación de Lighthill que considera los efectos de las superficies sólidas en el flujo, siendo una opción más accesible computacionalmente para este análisis.

Ecuación de Lighthill

La ecuación de Lighthill, una herramienta fundamental en el campo de la aeroacústica, se obtiene al diferenciar la ecuación de continuidad respecto al tiempo como se observa en la Ec. (1), generando así una ecuación diferencial parcial de segundo grado como se indica en la Ec. (2). A partir de esta manipulación, se deriva una expresión que representa una ecuación de onda para la densidad. Esta formulación matemática es fundamental para comprender y modelar la propagación del sonido en un medio fluido, siendo una base crucial en el estudio de la generación y transmisión de ondas acústicas en contextos aerodinámicos, se obtiene así la expresión denominada ecuación de Ligthtill en la Ec. (3), donde τ_{ij} es llamado tensor de Ligthtill (Glegg & Devenport, 2017).





$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \rho u_i u_j}{\partial x_i x_j} = \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} - \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}$$
(2)

$$\tau_{ij} = \rho u_i u_j - \tau_{ij} + (p - a_{\infty}^2 \rho) \delta_{ij}$$
(3)

En la Ec. (3), si el término de la derecha se asume conocido e independiente del lado izquierdo, puede verse como una ecuación de onda no homogénea en un medio isotrópico. Por lo tanto, dicha ecuación puede resolverse analíticamente, obteniendo así la Ec. (4). Donde, $\tau_{ij} = \tau_{ij}(x, y, \tau)$, la distancia entre fuentes y observador es r = |X, Y|, y $\tau = t - r/a_{\infty}$ es el retardo temporal que se define como el momento en que la fuente emite la fluctuación de presión, y esta llega al observador al momento t. Es importante notar que las fuentes son evaluadas en este retardo de tiempo τ y no en el tiempo t.

$$\rho(x,t) - \rho_{\infty} = \frac{1}{4\pi a_{\infty}^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial x_{i} \partial x_{j}} \int_{\infty} \frac{\tau_{ij}}{r} dV(x,y)$$
(4)

Ecuación de Curle

Esta ecuación, es una modificación de la ecuación de Lighthill, incorpora términos que consideran específicamente las contribuciones de las estructuras sólidas al campo acústico como se observa en la Ec. (5). Al tener en cuenta estos efectos adicionales, la ecuación de Curle ofrece una representación más precisa de la producción de sonido en entornos donde las interacciones con superficies sólidas juegan un papel relevante, como en el caso de vehículos aerodinámicos o sistemas de propulsión (Zamponi et al., 2023).

$$\rho(x,t) - \rho_{\infty} = \frac{1}{4\pi a_{\infty}^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial x_{i} \partial x_{j}} \int_{\infty} \frac{\tau_{ij}}{r} dV(x,y) - \frac{1}{4\pi a_{\infty}^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial x_{i} \partial x_{j}} \int_{S} \frac{n_{j}}{r} \left(p\delta_{ij} - \tau_{ij} \right) dS(x,y)$$
(5)

Es necesaria la implementación numérica de la ecuación de Curle, mediante la adaptación de la Ec. (5) para poder ser manejada por programas de cálculo (Papaxanthos et al., 2017b). Esta adaptación



implica la transformación de la ecuación original en la Ec. (6) y (7), donde A_j es el área de los elementos finitos de superficie, n_j el vector ortogonal a la superficie, apuntado hacia el fluido y r_c la distancia entre observador y centro de la fuente ($l_i l_j$ son sus componentes x e y). Se distingue entre dos tipos de contribuciones, la del término de Lighthill denominada contribuciones resulta en la variación total de densidad, que luego se convierte en una variación de presión. Esta transformación es fundamental para poder manipular la ecuación de manera numérica, permitiendo su aplicación y resolución mediante programas informáticos especializados en cálculos matemáticos (Langthjem & Nakano, 2005).

$$\Delta P_{\nu} = \sum_{volumen} \frac{V_c}{4\pi} \left[\frac{l_i l_j}{a_{\infty}^2 r_c} \ddot{\tau}^{\nu}{}_{ij} + \frac{3l_i l_j - \delta_{ij}}{a_{\infty} r_c^2} \dot{\tau}^{\nu}{}_{ij} + \frac{3l_i l_j - \delta_{ij}}{r_c^3} \bar{\tau}^{\nu}{}_{ij} \right]$$
(6)

$$\Delta P_{S} = \sum_{superficies} \frac{l_{i}n_{j}A_{j}}{4\pi} \left[\frac{\dot{\bar{p}}^{S}\delta_{ij} - \dot{\bar{\tau}}^{S}{}_{ij}}{a_{\infty}r_{c}} + \frac{\bar{p}^{S}\delta_{ij} - \bar{\tau}^{S}{}_{ij}}{r_{c}^{2}} \right]$$
(7)

Metodología

Modelo

La investigación se enfocó en la aplicación práctica de la ecuación de Curle, en su forma numérica, para analizar el comportamiento acústico del campo de flujo que rodea al cohete. Previamente, se procedió a describir las especificaciones y condiciones intrínsecas del cohete, presentando un detallado compendio de datos en la Tabla 1. Para representar el cohete, se utilizó un modelo bidimensional (2D) desarrollado mediante software de dinámica de fluidos computacional (CFD) (Schram, 2009). De manera similar, se empleó el mismo software para modelar el campo de flujo circundante (Yu et al., 2024). Es importante resaltar que, debido a la simetría axial y, por ende, del flujo adyacente, se adoptó un enfoque simplificado mediante un modelo 2D axial simétrico, lo cual se aprecia en detalle en la Figura 3.







Figura 2. Ejes de referencia del cohete.

Durante el proceso de resolución de la ecuación de Curle, se implementaron las contribuciones de las superficies únicamente sobre el contorno del cohete, aprovechando su representación en un modelo 2D. Por otro lado, las contribuciones volumétricas se extendieron al campo de flujo completo que rodeaba al cohete. Además, se estableció un sistema de ejes ortogonales, en el cual el eje horizontal x se alineó estratégicamente con el eje central, una disposición esquemática que se puede observar con detalle en la Figura 2. Estos procedimientos específicos establecieron los fundamentos esenciales para la ejecución y el análisis detallado de la ecuación de Curle en relación con el comportamiento acústico del cohete y su complejo entorno aerodinámico.

Característica	Magnitud
Longitud	14.50 [m]
Diámetro	1.75 [m]
Velocidad de corriente libre	300 [m/s]
Tiempo de la simulación	1.00 [s]
Altura	6000 [m]
Método	URANS Compresible
Modelo de turbulencia	k-e
Simulación	Axial-simétrico 2D
Mallado	No estructurado
Tipo de elementos malla	Triangulares y cuadriláteros en capa límite
Cantidad de elementos	72182
Frecuencia adquisición datos	1000 [Hz]

Tabla 1. Datos de la simulación en CFD.







Figura 3. Modelo 2D en CFD del cohete.

Parámetros de entrada

Los datos de entrada para el estudio se obtuvieron a partir del modelo de dinámica de fluidos computacional (CFD), generando campos transitorios que incluían información sobre velocidad, presión y tensión en el entorno del cohete. Estos datos se organizaron en tres tipos de paquetes, en primer lugar, se disponía de paquetes que contenían datos de presión estática y área del elemento finito. Luego, se contaba con un paquete que incluía datos de velocidad horizontal y vertical, y, por último, se tenían paquetes que registraban la tensión en la interfaz entre la pared y el aire. Cada uno de estos tipos de paquetes estaba compuesto por 1000 conjuntos de datos, cada conjunto representando un estado transitorio del flujo para un tiempo específico. En particular, cada paquete encapsulaba la información de presión, velocidad y tensión correspondiente a cada uno de los 72182 puntos del campo, situados en el centro de la celda del elemento de la malla.





Figura 4. Parámetros de entrada organizados en paquetes de datos.

Sin embargo, debido a la necesidad de realizar interpolaciones temporales para el análisis, la organización inicial de los datos resultó poco práctica. Por lo tanto, se llevó a cabo una reestructuración de estos datos para obtener un paquete individual por cada punto, que detallará la evolución temporal de las diferentes magnitudes físicas (presión, velocidad, tensión) en cada uno de los puntos del campo. La Figura 4, representada a modo de ejemplo, ilustra el nuevo esquema de organización de los datos, que facilita el acceso y análisis de la información de manera más precisa y útil para el estudio numérico del comportamiento acústico en el entorno del cohete.

Evaluación temporal de la ecuación de Curle

Para la evaluación temporal de la ecuación de Curle, se trabajó con los términos de las Ec. (6) y (7), considerando un tiempo τ correspondiente al instante en que se emitía la onda acústica desde la fuente. Se utilizaron los valores de presión, velocidad y tensiones correspondientes a un tiempo anterior a t para calcular el tensor τ_{ij} . En este sentido, en el tiempo t, el tensor se calculó utilizando los valores de un tiempo $\tau = t - r/a_{\infty}$, donde r representaba la distancia entre el observador y la fuente, y a_{∞} la velocidad del sonido. Dado que el tiempo se manejaba de forma discreta con un paso de 0.001 segundos, se encontró que ciertos valores temporales no estaban disponibles, lo que implicaba la ausencia de los datos del campo (presiones, velocidades y tensiones) necesarios para calcular el tensor τ_{ij} . Para solventar esta limitación, se implementó un algoritmo de interpolación que





permitía estimar los valores faltantes interpolando entre los dos instantes de tiempo existentes más cercanos, tal como se indica en la Figura 5.



Figura 5. Diagrama de flujo de la interpolación temporal.

Ubicación de observadores

La disposición de los observadores se llevó a cabo con el objetivo específico de capturar el sonido que alcanzaba la zona central del cohete, identificada como el campo lejano donde predominaban los fenómenos acústicos, aislados de los efectos fluidodinámicos que predominaban en el exterior del cohete. Para esta tarea, se estableció una disposición de observadores estratégicamente posicionados a lo largo del eje central del cohete, con una separación uniforme de 0.5 metros entre cada uno de ellos. Esta disposición se observa en la Figura 6. Los puntos de esta disposición representaron los puntos de evaluación clave para la aplicación y evaluación de la ecuación de Curle, permitiendo así un análisis detallado del comportamiento acústico en la zona central del cohete, ofreciendo información relevante sobre la intensidad y la distribución del sonido en esta región específica del entorno aerodinámico.







Figura 6. Disposición de observadores a lo largo del eje central del cohete.

Cálculo de sonido

En el proceso de calcular el nivel de sonido o presión acústica, se empleó la escala de presión conocida como SPL (Sound Pressure Level), la cual se relaciona mediante la Ec. (8), donde p_{rms} es la presión media cuadrática y p_{ref} es la presión de referencia (20 µPa). Esta fórmula, habitual en la evaluación del nivel de presión sonora, permite cuantificar el nivel de sonido en términos de la presión acústica respecto a un nivel de referencia estándar. La ecuación SPL se basa en logaritmos para expresar la relación entre la presión acústica medida y la presión de referencia. El cálculo realizado a partir de esta ecuación permitió obtener una medida representativa y cuantificable del nivel de intensidad del sonido en los puntos de observación situados a lo largo del eje central del cohete.

$$dB = 20 \log_{10} \left(\frac{p_{rms}}{p_{ref}} \right)$$
(8)

Resultados y discusión

Los resultados obtenidos a partir del análisis de la contribución de superficies reflejaron una interesante particularidad; para un punto de observación específico, no se detectaron variaciones temporales significativas en la presión acústica (P_s). Sin embargo, al examinar diferentes puntos de





observación distribuidos a lo largo de la línea media del cohete, se evidenciaron variaciones notables en la presión acústica, como se muestra en la Figura 7. Además, se identificó un pico marcado en las fluctuaciones de ΔP_S aproximadamente en la coordenada + 9.5 m. Esto indicó que la distribución de la presión acústica a lo largo del cohete no era uniforme y presentaba puntos específicos de mayor intensidad acústica.



Figura 7. P_s en función de la coordenada x del observador.

En cuanto a la contribución de volumen, los resultados revelaron que, para un punto de observación dado, se observaron variaciones temporales pequeñas en la presión de volumen (P_v), del orden de 0.01 Pa, manteniendo un valor prácticamente constante alrededor de 134 Pa (ver Figura 8). Esta estabilidad en el valor de presión se atribuyó al desfase entre las fluctuaciones de presión generadas por las diversas fuentes, lo que llevó a que la suma total se mantuviera aproximadamente constante a lo largo del tiempo.

Los niveles de sonido obtenidos en las ubicaciones de los observadores, tal como se explicó previamente, se derivaron de estos resultados. La síntesis de estos hallazgos se presenta en la Tabla 2, donde se destaca que los valores de sonido se mantuvieron en el rango de aproximadamente 84.5 dB en la mayoría de las ubicaciones. No obstante, se evidenció un pico significativo de 84.8 dB en las cercanías del punto de mayor valor de P_s, como se identificó en la Figura 7. Estos resultados revelaron patrones interesantes en la distribución y variación del nivel de sonido a lo largo del cohete, proporcionando una comprensión detallada de la intensidad acústica en cada ubicación de observación específica.







Figura 8. Variación de P_v (observador a 5.5 m).

Tabla 2. Niveles de sonido en los observadores.

x [m]	Presión sonora [dB]
12.5	84.69
11.5	84.72
10.5	84.75
9.5	84.78
8.5	84.81
7.5	84.84
6.5	84.78
5.5	84.73
4.5	84.67
3.5	84.62
2.5	84.56
1.5	84.51
0.5	84.46

El perfil de velocidades en el cohete muestra variaciones notables a lo largo de su estructura (ver Figura 9). Se aprecia un cambio significativo en la velocidad del flujo a medida que este interactúa con la superficie del cohete. Se observa una aceleración progresiva del flujo de aire a lo largo de la longitud del cohete, alcanzando velocidades máximas en puntos específicos. Esta variación en la



velocidad del flujo es crucial, ya que incide directamente en la generación y propagación del sonido en el entorno del cohete. Los patrones de aceleración y desaceleración del flujo, correlacionados con las características geométricas del cohete, influyen en la distribución y la intensidad del sonido generado en distintas secciones del cohete, lo que proporciona información valiosa sobre cómo la velocidad del flujo impacta en la generación de ruido acústico en un entorno de lanzamiento de cohetes.



Figura 9. Perfil de velocidades [m/s].

Conclusiones

Las contribuciones de superficie al sonido juegan un papel preponderante en el resultado final, representando aproximadamente el 90%. Esto sugiere que las mayores contribuciones al sonido provienen de las tensiones de interfaz presentes en la superficie del cohete. El valor máximo calculado para el nivel de sonido alcanza los 84.8 dB. Es crucial recordar que este sonido se origina puramente debido a fenómenos aeroacústicos, considerando el cohete con el motor apagado.

En la práctica, se observa que los niveles de sonido se mantienen prácticamente constantes a lo largo del cohete. Las variaciones en los valores de decibeles (dB) a lo largo de los observadores son mínimas, del orden de 0.1 dB. Esta consistencia resulta coherente con la geometría del modelo utilizado, ya que el perfil de velocidad se mantiene estable a lo largo de la longitud del cohete. Estos resultados sugieren una relación intrínseca entre el perfil de velocidad del flujo de aire y la distribución de niveles de sonido a lo largo del cohete, lo que demuestra la importancia de comprender



cómo las características del flujo afectan la generación de ruido acústico en el contexto específico de un cohete.

Referencias

- Glegg, S., & Devenport, W. (2015). Aeroacoustics of Low Mach Number Flows. In Paper Knowledge . Toward a Media History of Documents (Vol. 3, Issue April). http://www.sciencedirect.com:5070/book/9780128096512/aeroacoustics-of-low-machnumber-flows
- Glegg, S., & Devenport, W. (2017). Lighthill's acoustic analogy. Aeroacoustics of Low Mach Number Flows, 73–93. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-809651-2.00004-7
- Langthjem, M. A., & Nakano, M. (2005). A numerical simulation of the hole-tone feedback cycle based on an axisymmetric discrete vortex method and Curle's equation. Journal of Sound and Vibration, 288(1–2), 133–176. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2004.12.023
- Papaxanthos, N., Perrey-Debain, E., Bennouna, S., Ouedraogo, B., Moreau, S., & Ville, J. M. (2017a). Pressure-based integral formulations of Lighthill–Curle's analogy for internal aeroacoustics at low Mach numbers. Journal of Sound and Vibration, 393, 176–186. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2017.01.030
- Papaxanthos, N., Perrey-Debain, E., Bennouna, S., Ouedraogo, B., Moreau, S., & Ville, J. M. (2017b). Pressure-based integral formulations of Lighthill–Curle's analogy for internal aeroacoustics at low Mach numbers. Journal of Sound and Vibration, 393, 176–186. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2017.01.030
- Schram, C. (2009). A boundary element extension of Curle's analogy for non-compact geometries at low-Mach numbers. Journal of Sound and Vibration, 322(1–2), 264–281. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2008.11.011
- Schram, C., & Bennett, G. J. (2024). Aeroacoustics research in Europe: The CEAS-ASC report on 2022 highlights. Journal of Sound and Vibration, 568, 117895. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2023.117895



- Yu, H., Xiang, G., Li, Y., Zhou, H., & Yu, X. (2024). Trajectory simulation of 3D-printed container models based on CFD. Ocean Engineering, 291, 116489. https://doi.org/10.1016/J.OCEANENG.2023.116489
- Zaareer, M. N., Mourad, A. H. I., Darabseh, T., Abdullah, K., & ElSayed, M. S. A. (2023). Aeroacoustics wind noise optimization for vehicle's side mirror base. International Journal of Thermofluids, 18, 100332. https://doi.org/10.1016/J.IJFT.2023.100332
- Zamponi, R., Satcunanathan, S., Moreau, S., Meinke, M., Schröder, W., & Schram, C. (2023). Effect of porosity on Curle's dipolar sources on an aerofoil in turbulent flow. Journal of Sound and Vibration, 542, 117353. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2022.117353
- Zhu, G., Yuan, S., Kong, X., Zhang, C., & Chen, B. (2020). Flow and aeroacoustic characteristics evaluation of microjet noise reduction concept in the nozzle design for minimum quantity lubrication. Journal of Sound and Vibration, 488, 115638. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2020.115638

©2023 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).]