



DOI: <https://doi.org/10.23857/dc.v9i3.3445>

Ciencias Técnicas y Aplicadas
Artículo de Investigación

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

Structural analysis of a frame type structure with rigid solid

Análise estrutural de uma estrutura do tipo pórtico com sólido rígido

Marcos Josué Rupay Vargas ^I
mrupay@uniscjsa.edu.pe
<https://orcid.org/0000-0002-7891-1838>

Rossmery Lizbeth Hinostrroza Enrique ^{II}
rossmeryhinostrrozaenrique@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0008-0340-8606>

Freddy Joel Garamende Bautista ^{III}
fjgaramende@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0009-3549-7866>

Ángel Brayan Loayza Pérez ^{IV}
bryanloayzaloper@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0002-5717-280X>

Adriana Carla Buendía Ramos ^V
adrianatase10@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0004-8620-0472>

Correspondencia: mrupay@uniscjsa.edu.pe

***Recibido:** 29 de mayo de 2023 ***Aceptado:** 12 de junio de 2023 ***Publicado:** 06 de julio de 2023

- I. Maestrante candidato a Doctor, Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa; Junín, Perú.
- II. Estudiante de la Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa; Junín, Perú.
- III. Estudiante de la Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa; Junín, Perú.
- IV. Estudiante de la Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa; Junín, Perú.
- V. Estudiante de la Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa; Junín, Perú.

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

Resumen

En el presente artículo se detalla todo el procedimiento del método directo de la rigidez con la finalidad de obtener las deformaciones y las fuerzas internas en una estructura, obtenidos mediante giros y desplazamientos unitarios, y a su vez son el resultado de los grados de libertad asignados. La metodología de esta investigación es descriptiva con un enfoque cuantitativo; y consiste en obtener un sistema Q-D en el que definimos el número de grados de libertad, después se analiza el sistema primario causado por las fuerzas y cargas externas, y un sistema complementario en el que se da un valor unitario al desplazamiento y giro; seguidamente realizamos el cálculo del vector de deformaciones y de las fuerzas internas mediante las fórmulas que se detallarán más adelante, y finalmente se realizará la comprobación de los resultados obtenidos a través del software Ftool. Por ende, se concluye que el método directo de la rigidez nos ayuda de manera más certera y adecuada el análisis de estructuras tipo pórtico con vigas continuas que tengan interacción con sólidos rígidos, y que estas puedan ser hiperestáticas con dos o más grados de libertad, y además al verificar los resultados con el software ya mencionado se determinó que la variación es muy mínima, por lo tanto, la aplicación de esta metodología descrita es verídico.

Palabras Claves: Pórtico; sólido rígido; método de rigidez; sistema Q-D; Ftool; sistema primario; sistema complementario; grados de libertad; vector de deformaciones.

Abstract

This article details the entire procedure of the direct method of rigidity in order to obtain the deformations and internal forces in a structure, obtained through turns and unit displacements, and in turn are the result of the assigned degrees of freedom. The methodology of this research is descriptive with a quantitative approach; And it consists of obtaining a Q-D system in which we define the number of degrees of freedom, then the primary system caused by external forces and loads is analyzed, and a complementary system in which a unitary value is given to displacement and rotation; then we carry out the calculation of the deformation vector and the internal forces by means of the formulas that will be detailed later, and finally the results obtained will be verified through the Ftool software. Therefore, it is concluded that the direct method of rigidity helps us in a more accurate and adequate way the analysis of frame-type structures with continuous beams that have interaction with rigid solids, and that these can be hyperstatic with two or more degrees of freedom. and also, when

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

verifying the results with the aforementioned software, it was determined that the variation is very minimal, therefore, the application of this described methodology is true.

Keywords: Portico; rigid solid; stiffness method; Q-D system; ftool; primary system; complementary system; degrees of freedom; warp vector.

Resumo

Este artigo detalha todo o procedimento do método direto de rigidez para obter as deformações e esforços internos em uma estrutura, obtidos por meio de voltas e deslocamentos unitários, e por sua vez são o resultado dos graus de liberdade atribuídos. A metodologia desta pesquisa é descritiva com abordagem quantitativa; E consiste em obter um sistema Q-D no qual definimos o número de graus de liberdade, depois analisamos o sistema primário causado por forças e cargas externas e um sistema complementar no qual é dado um valor unitário ao deslocamento e à rotação; em seguida, realizamos o cálculo do vetor de deformação e das forças internas por meio das fórmulas que serão detalhadas posteriormente e, finalmente, os resultados obtidos serão verificados através do software Ftool. Portanto, conclui-se que o método direto da rigidez nos auxilia de forma mais precisa e adequada a análise de estruturas do tipo pórtico com vigas contínuas que possuem interação com sólidos rígidos, e que estes podem ser hiperestáticos com dois ou mais graus de liberdade. e também, ao verificar os resultados com o referido software, determinou-se que a variação é muito mínima, portanto, a aplicação desta metodologia descrita é verdadeira.

Palavras-chave: Pórtico; sólido rígido; método de rigidez; sistema Q-D; ferramenta; sistema primário; sistema complementar; graus de liberdade; vetor de dobra.

Introducción

Los elementos de vigas y marco rígido, según Kassimali (2015) “son elementos que pueden someterse a fuerzas cortantes y momentos flexionantes, además de a cargas axiales bajo la acción de cargas externas” (pág. 161).

Para el análisis de las estructuras de tipo pórtico con interacción de sólido rígido existen diferentes métodos, ya que el sólido rígido es un cuerpo que se limita a tener deformaciones axiales y desplazamientos, por ende requiere un análisis minucioso y detallado; es por ello que en el presente artículo utilizaremos el método directo de la rigidez, que desde nuestro punto de vista resulta muy

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

ventajosa sobre otros métodos; ya que su aplicación es más accesible sin importar si las estructuras sean isostáticas o hiperestáticas, con apoyos (empotrados, fijos o móviles). Los conceptos y procesos detallados del cálculo se explicarán a continuación. Además, con el objetivo de encontrar el vector de deformaciones y las fuerzas internas, y por consiguiente obtener los diagramas de momento flector y de las fuerzas cortantes; estas serán verificadas en el software Ftool.

Método directo de la rigidez

El método directo de la rigidez se basa en el cumplimiento de las siguientes características:

Compatibilidad: La deformación es una función continua y tiene un valor único en cada punto. En consecuencia, los movimientos también lo son, y en particular, los movimientos en los extremos de las piezas que ocurren en un mismo nudo son idénticos para todas las piezas.

Equilibrio: tanto la estructura globalmente con cada parte de la misma, y en particular cada nudo y cada pieza e la misma está en equilibrio estático, bajo la acción de las fuerzas exteriores de los esfuerzos internos.

Ecuaciones constitutivas (linealidad): La estructura se comporta linealmente tanto a nivel local (relación tensión- deformación según la Ley de Hooke), como a nivel global (relaciones desplazamiento-deformación y fuerzas –tensiones, según hipótesis de los pequeños movimientos). En virtud de esta linealidad, es válido el principio de superposición. Asimismo, establece la superposición de fuerzas o desplazamientos nulos más un caso de F o D unitarios (multiplicados por las incógnitas) para alcanzar resultados reales.

Pórtico con sólido rígido

Lage (2020) define al sólido rígido “que es simplemente, un conjunto de puntos materiales que mantienen siempre fijas sus posiciones relativas, y en particular, sus distancias”. En otras palabras, un sólido rígido es aquel cuerpo que no se puede deformar axialmente.

Los elementos de vigas y marco rígido, según Kassimali (2015) “son elementos que pueden someterse a fuerzas cortantes y momentos flexionantes, además de a cargas axiales bajo la acción de

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

cargas externas”. En otras palabras, los pórticos y vigas tienden a flexionarse por cargas externas que estén sobre la estructura.

Para poder desarrollar el análisis de pórticos, se debe tomar en cuenta los siguientes puntos:

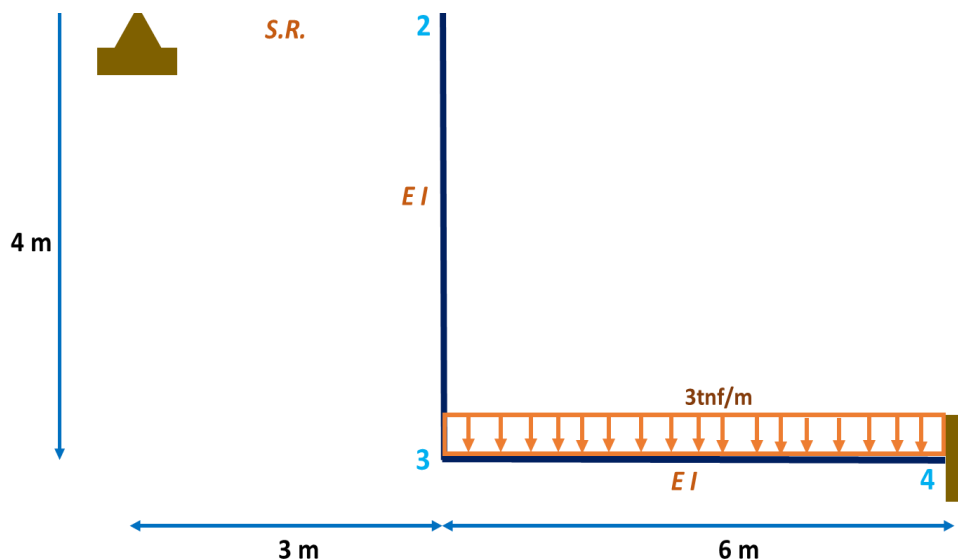
- Las cargas externas, así como las reacciones en las vigas están dadas en toda la estructura.
- Los elementos de vigas, y marcos con sólidos rígidos están apoyadas en apoyos empotrados y fijos.
- Las fuerzas que actúan en los miembros de las vigas y pórticos son de flexo compresión o de compresión.

Materiales y métodos

Determinar el análisis estructural de la estructura mostrada en la figura N° 1 aplicando el método directo de la rigidez. Se sabe que la barra 1-2 es un sólido rígido, y las barras 2-4 y 3-4 son tipo pórtico, y estas poseen un EI constante y un EA infinito.

Figura 1

Ejercicio de aplicación



Nota. Estructura con barras tipo pórtico y sólido rígido. Elaboración propia.

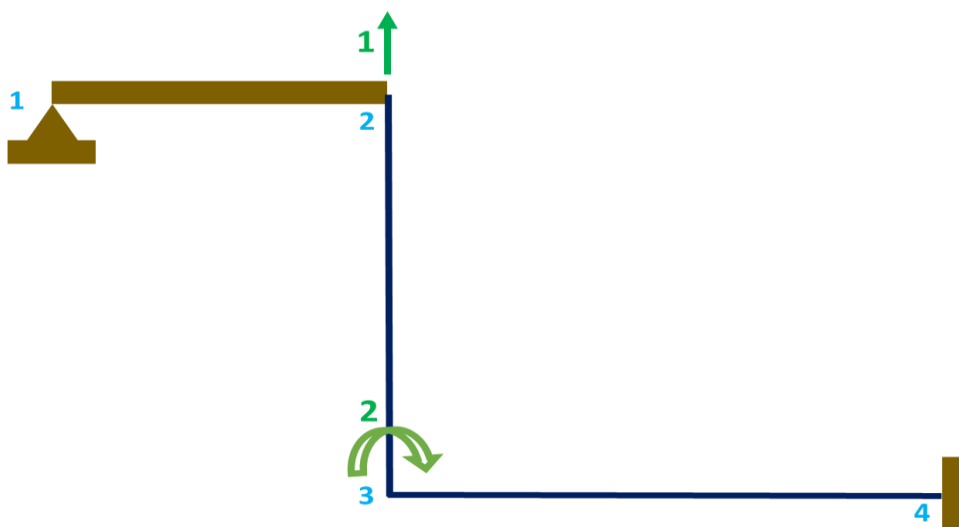
Paso 1: Sistema Q-D

Se plantea el sistema Q-D basado en los grados de libertad que se encuentran en la estructura. “Los grados de libertad de una estructura son el número mínimo de parámetro, desplazamientos (traslaciones y rotaciones) que describen de manera única la deformada estructura” (Godiño, Lopez y Rupay, 2017, p.257).

Es decir, los GDL describen el comportamiento de una estructura en función de los desplazamientos y fuerzas que están relacionados con un número de grados de libertad.

Figura 2

Sistema Q-D propuesto para la estructura



Nota. Elaboración propia.

Por tanto, tendremos el vector de carga “Q”:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} TON$$

Paso 2: Sistema primario

Según Ottazi (2014), este estado consiste en “analizar la estructura con todas las solicitaciones externas adicionando un grupo de restricciones denominadas {R} medidas en el sistema de

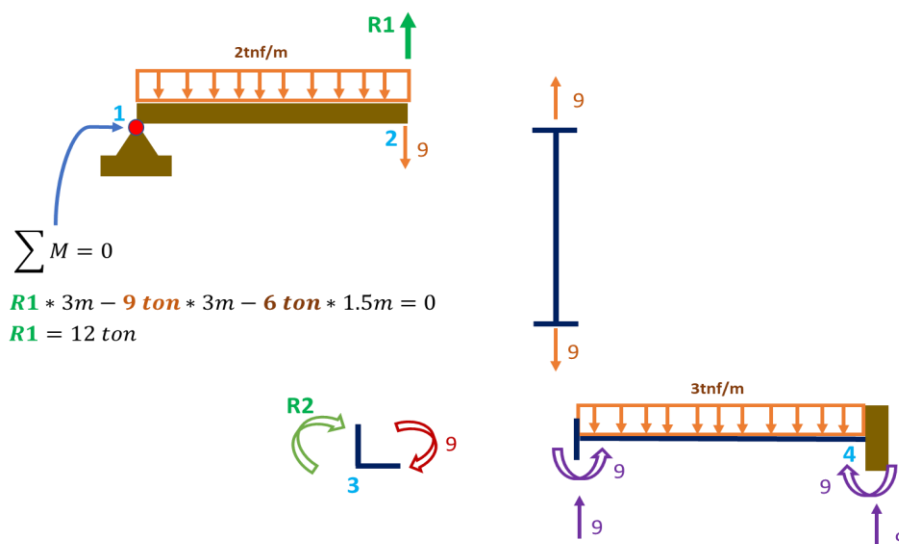
Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

coordenadas Q-D tales que los desplazamientos en los grados de libertad elegidos para el análisis sean nulos $\{\{D\} = \{0\}\}$ “(p. 172)”.

Es decir, se evalúan solicitaciones como cargas nodales o cargas sobre la barra, asentamientos en apoyos, efectos de temperatura y error de fabricación. Los grados de libertad se consideran restricciones y, por lo tanto, surge un vector de reacciones que se sitúan en las coordenadas del sistema Q-D.

Figura 3

Sistema primario propuesto para la armadura



Nota. Elaboración propia.

Para hallar R1 y R2, se analiza las cargas que actúan sobre las barras y las transferencias de éstas a los demás elementos. Y aplicando equilibrio encontramos los siguientes resultados.

$$R = \begin{bmatrix} 12 \\ -9 \end{bmatrix} \text{TON}$$

Paso 3: Sistema complementario

En esta parte, se le asigna un valor unitario a cada grado de libertad propuesto, y se hallan los coeficientes de rigidez.

Para hallar las fuerzas y giros respectivos, se utilizará la tabla de ecuaciones de pendiente – deflexión.

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

Donde:

- E: Módulo de elasticidad de la barra
- L: Longitud de la barra
- Δ : Desplazamiento de la barra
- θ : Ángulo de giro de la barra

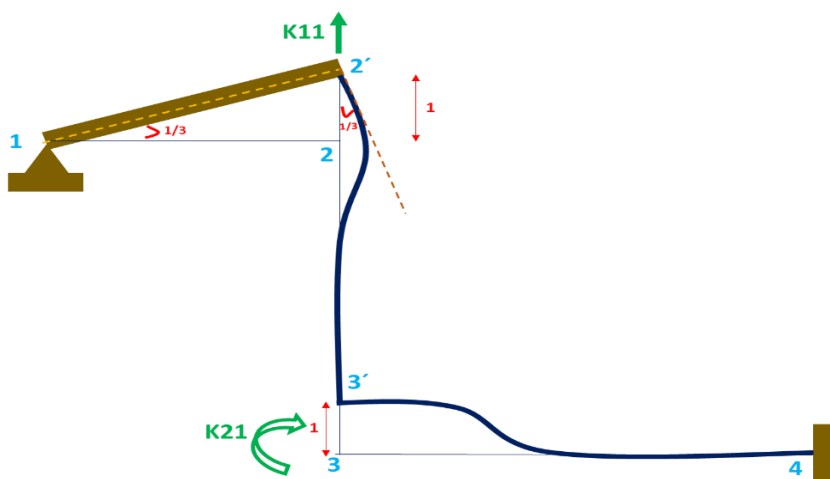
Entonces, se lleva a cabo la solución, de las siguientes redundantes para obtener una matriz “k” de 2x2:

Para :

$$D1 = 1$$

Figura 4

Desplazamiento unitario respecto a la redundante 1.

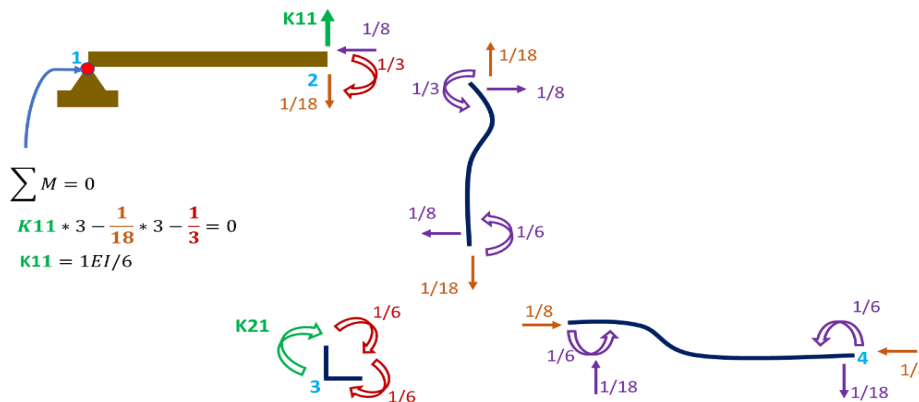


Nota. Elaboración propia.

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

Figura 5

Por consiguiente, se desarrolla los siguientes cálculos:



Nota. Elaboración propia.

Seguidamente, tenemos los coeficientes de rigidez de la primera redundante:

$$k_{11} = \frac{1}{6} EI$$

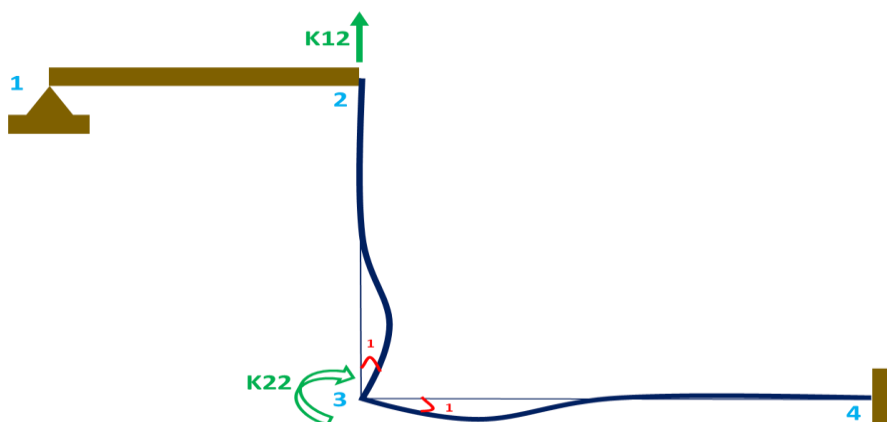
$$k_{21} = \frac{-1}{3} EI$$

Para:

$$D_2 = 1$$

Figura 1

Deformadas de acuerdo a la redundante 2.



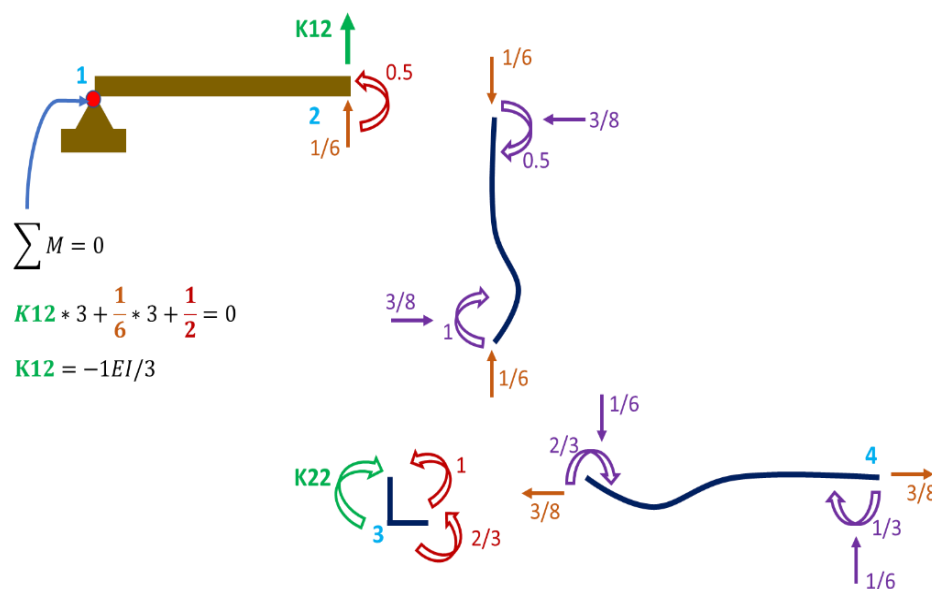
Nota. Elaboración propia.

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

Por consiguiente, se desarrolla los siguientes cálculos:

Figura 7

Sistema complementario.



Nota. Elaboración propia.

Los coeficientes de rigidez de la segunda redundante:

$$k_{12} = \frac{-1}{3} EI$$

$$k_{22} = \frac{5}{3} EI$$

Seguidamente, se ensambla la matriz de rigidez, con los valores obtenidos a partir del sistema complementario. Se debe verificar que se cumplan las características de la matriz:

- El tamaño de la matriz va a estar en función al sistema Q-D.
- La matriz de rigidez es una matriz cuadrada.
- La diagonal principal siempre es positiva.
- La matriz de rigidez es simétrica.

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

$$K = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix} EI$$

Paso 4: Vector de deformación

Después se calcula las deformaciones en los nodos mediante la siguiente fórmula:

$$\{Q\} = \{R\} + [K] * \{D\}$$

Se despeja el vector $\{D\}$, y se obtiene:

$$\begin{aligned} \{D\} &= [K]^{-1} * (\{Q\} - \{R\}) \\ D &= \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix}^{-1} * \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 \\ -9 \end{bmatrix} \right) \\ D &= \begin{bmatrix} -102 \\ -15 \end{bmatrix} \frac{1}{EI} \end{aligned}$$

Paso 5: Fuerzas internas

Para hallar las fuerzas que se aplican a las barras, a flexión o a compresión se emplea lo siguiente:

$$\begin{aligned} Q_{MF} &= \{R\} + [K] * \{D\} \\ Q_{MF} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -9 \\ 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1/3 & 0.5 \\ -1/6 & 1 \\ -1/6 & 2/3 \\ -1/6 & 1/3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -102 \\ -15 \end{bmatrix} \\ Q_{MF} &= \begin{bmatrix} 26.5 \\ 2 \\ -2 \\ 21 \end{bmatrix} \text{Ton. m} \end{aligned}$$

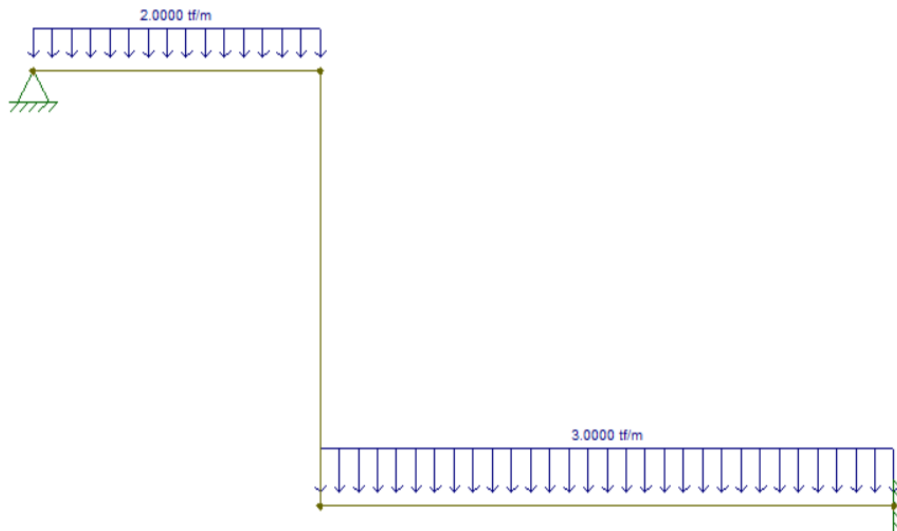
Paso 6: Comprobación con el software FTOOL

Se graficó la armadura propuesta en el ejercicio, en el software FTOOL y se obtuvo los siguientes diagramas.

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

Figura 8

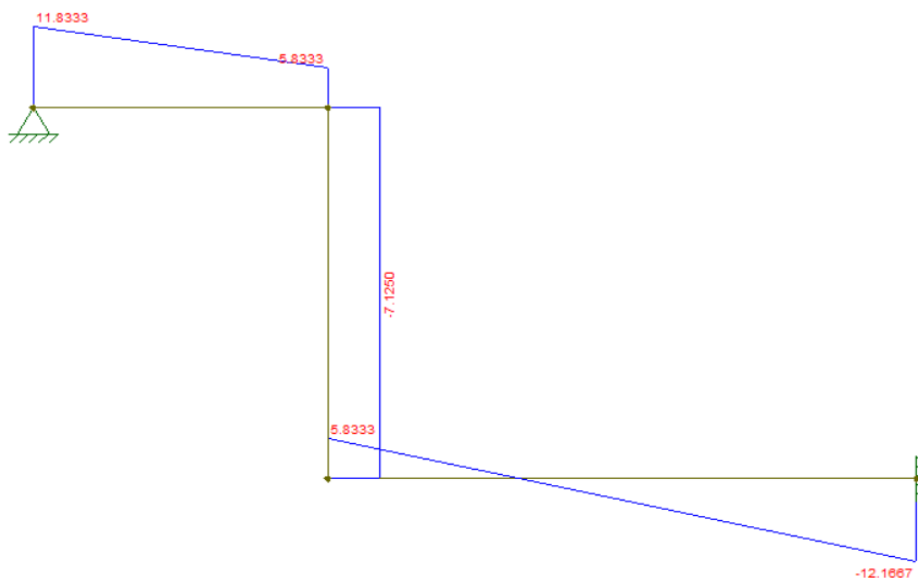
Gráfico de la estructura planteada en el Ftool.



Nota. Elaboración propia.

Figura 9

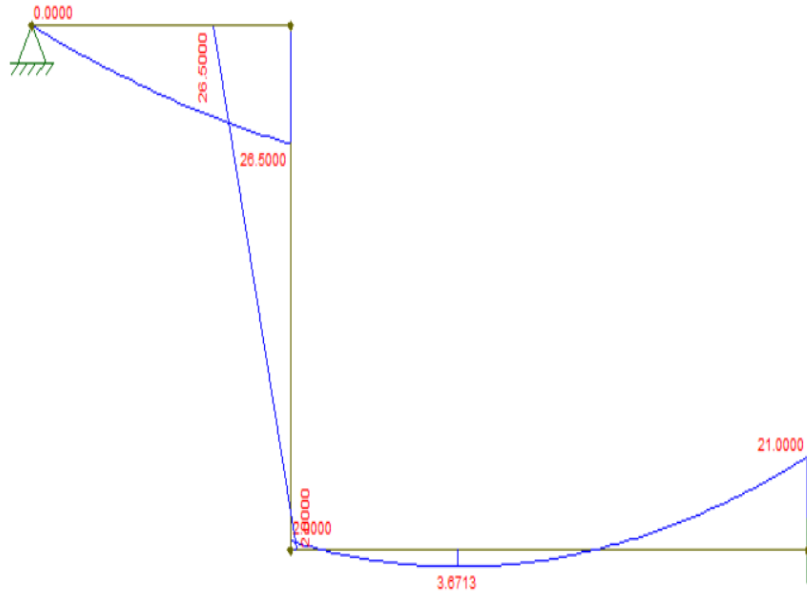
Diagrama de fuerzas internas, objetivo 1 “diagrama de fuerzas cortantes”.



Nota. Elaboración propia.

Figura 10

Diagrama de fuerzas internas, objetivo 2 “diagrama de momento flector”.



Nota. Elaboración propia.

Conclusiones

- Concluimos, que seguir los pasos (1°, 2°, 3°, 4° y 5°) detalladamente y haciendo los cálculos adecuados, nos da una respuesta certera y exacta al cálculo de vector deformaciones y fuerzas internas.
- En conclusión, el método de rigidez, nos ayudó a obtener en este caso las deformaciones y fuerzas internas en la estructura analizada.
- Se concluye que los resultados de las fuerzas internas calculados mediante el método de rigidez, son semejantes a los resultados obtenidos en el programa FTOOL.
- Se concluye que los resultados de las deformaciones calculados mediante el método de rigidez, son semejantes a los resultados obtenidos en el programa FTOOL.

Análisis estructural de una estructura tipo pórtico con sólido rígido

Agradecimiento

Expresamos nuestro sincero agradecimiento al Mg. Ing. Marcos Josué Rupay Vargas por el apoyo y las constantes asesorías que nos brindó como docente, motivándonos a la realización de este artículo como parte de nuestra formación profesional.

Nuestro cordial agradecimiento a los autores correspondientes de la bibliografía empleada.

Referencias

- Godiño Poma, F., López Yarango, J. S., & Rupay Vargas, M. J. (2017). Análisis Estructural I. Métodos Energético y Matricial con Aplicaciones Mathcad. Huancayo: Impresos S.R.L.
- Kassimali, A. (2015). Análisis Estructural . México: Cengage Learning Editores, S.A.
- Lage, E. (2020). El sólido rígido. Ciencia elemental, 1-16.
- Ottazi Pasino, G. (2014). Apuntes del curso Análisis Estructural I.