



DOI: <http://dx.doi.org/10.23857/dc.v8i3>

Ciencias de la Educación
Artículo de Investigación

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

Learning applied differential equations in physics using technology

Aprendendo equações diferenciais aplicadas em física usando tecnologia

Vanessa Fernanda Morales-Rovalino ^I
vanessa.morales@epoch.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0001-8844-8544>

Jorge Milton Lara-Sinaluisa ^{II}
j_lara@epoch.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0002-3116-5161>

Juan Manuel Martínez-Nogales ^{III}
jumartinez@epoch.edu.ec
<https://orcid.org/0000-0002-4860-1548>

Correspondencia: vanessa.morales@epoch.edu.ec

***Recibido:** 25 de octubre del 2022 ***Aceptado:** 31 de octubre del 2022 * **Publicado:** 23 de noviembre del 2022

- I. Mestre em Engenharia Mecânica, Produção Industrial, Ingeniera Mecánica, Docente Investigador –en la Facultad de Administración de Empresas, Carrera Gestión del Transporte, “Escuela Superior Politécnica de Chimborazo (ESPOCH)”, Riobamba, Ecuador.
- II. Magíster en Informática Educativa, Máster Universitario en Formación Internacional Especializada del Profesorado Especialidad Física y Química, Doctor en Física, Docente Investigador en la Facultad de Administración de Empresas, Carrera Gestión del Transporte, “Escuela Superior Politécnica de Chimborazo(ESPOCH)”, Riobamba, Ecuador.
- III. Magíster en Ciencias de la Educación Aprendizaje de la Física, Ingeniero Mecánico, Docente Investigador en la Facultad de Mecánica, Carrera Ingeniería Automotriz, “Escuela Superior Politécnica de Chimborazo(ESPOCH)”, Riobamba, Ecuador.

Resumen

La interpretación humana para explicar de manera simple una ciencia tan trascendental y compleja a lo largo de la historia humana. Misma que mediante el uso de fórmulas, teorías y algoritmos numéricos trata de explicar las complejidades del universo. Un ejemplo muy conocido de las ya mencionadas formulas son las ecuaciones diferenciales (E.D).

Las cuales son ecuaciones matemáticas encargadas de relacionar a función con sus variables, dicha fórmula ha sido enseñada dentro de las cátedras universitarias de manera algebraica y algorítmica lo que termina volviéndolas monótonas. Lo que termina creando un conocimiento matemático, más no conceptual; se aplica de manera adecuada los conocimientos y procedimientos, pero no se conoce la ciencia tras los mismo.

Las Tics, forman parte del diario vivir de los seres humanos, sobre todo en los jóvenes donde se las considera una habilidad social, tanto para búsqueda y análisis de información de primera mano como para relajarse y distraerse. Razón por la cual resulta indispensable la inducción y familiarización de las distintas herramientas que sean útiles para un mejor aprendizaje en los entornos de enseñanza. Tal es el caso de ingenierías, donde las ecuaciones diferenciales son parte del diario vivir dentro de su vida estudiantil como laboral.

Para un ingeniero el uso de las E.D ayuda a describir fenómenos de crecimiento de plantas a partir de modelos dinámicos en comportamientos globales. Donde estos datos pueden ser administrados en programas diseñados para crear la gráfica y mejorar el entendimiento de los resultados. El uso de estas aplicaciones resulta un recurso favorable en estos procesos de aprendizaje, a su vez, una habilidad que se relaciona con el modo en que las generaciones actuales y futuras conocen su entorno.

Palabras clave: Aprendizaje; Ecuaciones Diferenciales; Aplicaciones Físicas; Modelamiento.

Abstract

The human interpretation to explain in a simple way such a transcendental and complex science throughout human history. The same that through the use of formulas, theories and numerical algorithms tries to explain the complexities of the universe. A well-known example of the aforementioned formulas are differential equations (D.E.). Which are mathematical equations in

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

charge of relating a function with its variables, this formula has been taught within the university chairs in an algebraic and algorithmic way, which ends up making them monotonous. What ends up creating a mathematical knowledge, but not conceptual; the knowledge and procedures are adequately applied, but the science behind them is unknown. Tics are part of the daily life of human beings, especially in young people where they are considered a social skill, both for searching and analyzing first-hand information and for relaxing and distracting themselves. Reason why it is essential the induction and familiarization of the different tools that are useful for a better learning in the teaching environments. Such is the case of engineering, where differential equations are part of the daily life within their student life as well as work. For an engineer, the use of ED helps to describe plant growth phenomena from dynamic models in global behaviors. Where this data can be managed in programs designed to create the graph and improve the understanding of the results. The use of these applications is a favorable resource in these learning processes, in turn, a skill that is related to the way in which current and future generations know their environment.

Keywords: Learning; Differential equations; Physical Applications; Modeling.

Resumo

A interpretação humana para explicar de forma simples uma ciência tão transcendental e complexa ao longo da história humana. O mesmo que através do uso de fórmulas, teorias e algoritmos numéricos tenta explicar as complexidades do universo. Um exemplo bem conhecido das fórmulas mencionadas são as equações diferenciais (D.E.). Que são equações matemáticas encarregadas de relacionar uma função com suas variáveis, esta fórmula vem sendo ensinada dentro das cadeiras universitárias de forma algébrica e algorítmica, o que acaba tornando-as monótonas. O que acaba gerando um conhecimento matemático, mas não conceitual; o conhecimento e os procedimentos são aplicados adequadamente, mas a ciência por trás deles é desconhecida. Os tiques fazem parte do cotidiano do ser humano, principalmente nos jovens, onde são considerados uma habilidade social, tanto para buscar e analisar informações em primeira mão quanto para relaxar e se distrair. Razão pela qual é essencial a indução e familiarização das diferentes ferramentas que são úteis para uma melhor aprendizagem nos ambientes de ensino. É o caso da engenharia, onde as equações diferenciais fazem parte do cotidiano tanto da vida estudantil quanto profissional. Para um engenheiro, o uso de ED ajuda a descrever fenômenos de crescimento vegetal a partir de modelos dinâmicos em comportamentos globais. Onde esses dados podem ser gerenciados em programas

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

desenvolvidos para criar o gráfico e melhorar a compreensão dos resultados. O uso desses aplicativos é um recurso favorável nesses processos de aprendizagem, por sua vez, uma habilidade que está relacionada ao modo como as gerações atuais e futuras conhecem seu meio.

Palavras-chave: Aprendizagem; Equações diferenciais; Aplicações Físicas; Modelagem.

Introducción

Actualmente, las matemáticas en un nivel de educación superior ya sea universidad o posgrados, doctorados que en su formación su base sea las matemáticas generalmente se las consideradas difíciles y poco aplicables en el mundo real, más aún cuando se trata de ecuaciones diferenciales (ordinarias o parciales), donde los cálculos se consideran derivados, que, cuando es aplicada a la física, supone un análisis más complejo al tener que tratarlo como un modelo físico y matemático.

Hay una amplia variedad de métodos de formar académicamente a los estudiantes a través de metodologías de estudio activas y más profundas que abordan el modelado de ecuaciones diferenciales desde una perspectiva abstracta véase como métodos relacionados a videojuegos, puzzles entre otras actividades que se puedan aplicar con la tecnología moderna.

El aprendizaje de las matemáticas han sido vistas de manera complicada y con las ecuaciones diferenciales no ha resultado ser la excepción pero hoy en día con los avances tecnológicos tanto el aprender como el enseñar se han beneficiado de gran manera como con la implementación de aulas virtuales que son de vital importancia, la tecnología tiene el potencial de transformar la naturaleza de la educación en cuanto a dónde y cómo se produce el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como de introducir cambios en los roles de los profesores y los estudiantes, y en las diferentes acciones que se realiza en el proceso educativo.

Estas ciencias de suma complejidad como son la física y la matemática deben ser interpretadas como una actividad específica y compleja en la que no es suficiente el conocimiento científico, sino también que los docentes que la facilitan utilicen recursos didácticos que motiven a los estudiantes. Una clase de Ecuaciones Diferenciales mal diseñada es perjudicial para los estudiantes a largo plazo, ya que desde su punto de vista se vuelve aburrida y se convierte en un castigo donde son calificados, juzgados y hasta regañados, principalmente si estos estudiantes serán los futuros transmisores de conocimiento en las aulas de clase.

Los avances acelerados de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) han marco el antes y el después permitiendo la participación de todos los sectores de la sociedad. Las

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

incorporaciones de estas en la educación han revolucionado la forma en que nos educamos, cambiado la vida personal y académica, lo que ha permitido tener disponible un amplio abanico de herramientas integradoras y participativas para la construcción de una nueva sociedad.

Ponerse a hablar sobre las técnicas de información y comunicación (TIC) es aludir a todos los dispositivos electrónicos que nos facilitan el acceso a las redes, esencialmente porque los avances tecnológicos, han dado al computador un protagonismo como recurso pedagógico, generando un rotundo cambio, al permitir desarrolla actividades en donde se pueda tener acceso a diferentes fuentes de información. En particular en Matemática las posibilidades de enseñanza y aprendizaje son superiores ya que se puede acceder a diferentes programas de aplicaciones, que permiten visualizar la representación geométrica, por ejemplo, de objetos abstractos, reducir tiempo en la ejecución de grandes problemas de cálculo, además de motivar al estudiantado. (Herrera, 2022)

Hay que tener claro que las TIC no son solo una simple herramienta, sino que en primer lugar constituyen una nueva forma de diálogo, estética, narrativa, conexión relacional, identidad y cosmovisión. Una de las consecuencias es que cuando una persona es excluida del acceso y uso de las TIC, se perderá la forma de existencia y existencia del mundo, y otros también perderán estos aportes.

Con respecto a incorporarlas en las matemáticas ofrecen una amplia variedad de recursos y aplicaciones a los docentes. Estas pueden utilizarse como herramientas para realizar cálculos complejos, resolver problemas, dibujar gráficos e interpretar y analizar datos. Esto quiere decir, una ayuda conveniente para el mejoramiento en el proceso enseñanza-aprendizaje y particularmente de la Matemática, claro está que esto se consigue mediante una aplicación apropiada de la misma, lo cual ha permitido al autor del presente estudio, realizar un análisis referente a los entornos virtuales como recurso para el aprendizaje de la Matemática. Las aplicaciones de ecuaciones diferenciales en física son muchas, pero en ocasiones en los procesos áulicos no se logran ver, por centrarse en la repetición de pasos matemáticos.

Resulta necesaria la creación de métodos que hagan referencia a la aplicación de ecuaciones diferenciales en física, así utilizando estos recursos se dará solución a las exigencias de la sociedad actual permitiendo promover la creatividad tanto del docente como de los estudiantes.

La revisión de los modelos matemáticos existentes nos da la pauta para llevar a cabo la elaboración de nuevos modelos de ecuaciones diferenciales ordinarias que apoyen la resolución de problemas específicos en la física. (Carranza & Farfán, 2018)

Desarrollo

Los métodos tradicionales de enseñanza en las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de primer orden en el nivel universitario tienden a centrarse en una práctica algorítmica y algebraica que acaba siendo rutinaria (Artigue, 2003; Benet, Zafra, Quintero, 2015).

Este modo de enseñar conduce a que el estudiante adquiera un dominio algebraico, pero no conceptual: se reconocen y aplican los procedimientos a problemas prototípicos, pero no se alcanza la comprensión de la teoría que los soporta. No obstante, el egresado de cualquier carrera universitaria debe poseer capacidad para enfrentar las demandas sociales, esto es, ha de estar en condiciones de resolver distintos problemas e intervenir adecuadamente en las situaciones que competen a su campo de especialización.

Las nuevas tecnologías, forman parte de la vida diaria de cualquier sujeto, incluso si no es consciente de ello. Y entre los jóvenes su dominio constituye una habilidad social importantísima, tanto para el ocio como para la búsqueda y análisis de información. En la enseñanza formal, por lo tanto, resulta indispensable la introducción y familiarización de cuantas herramientas tecnológicas resulten útiles en el proceso de enseñanza aprendizaje. La educación es un arte, porque genera el desarrollo de condiciones, habilidades y capacidades artísticas. Podemos decir es el arte de generar espacios para enseñar y aprender, donde los estudiantes aprenden a crear sus condiciones personales y ayudan a crear las sociales (Archila, 2013).

Debe ser, por tanto, una educación basada en el conocimiento y el aprendizaje, que estimule el pensamiento, el razonamiento y la creatividad (Riveros, Mendoza & Castro, 2013).

Debemos tener en cuenta que una ecuación es una igualdad matemática entre dos expresiones algebraicas llamadas términos, que incluye valores o datos conocidos e incógnitas o incógnitas combinadas por operaciones. Las ecuaciones son un pilar importante y fundamental de la ciencia y la tecnología nos permite comprender mejor el mundo que nos rodea

Una ecuación diferencial es una ecuación que contiene la derivada de una función de una o más variables. Se dice que una ecuación es normal si sus derivadas corresponden a una función en la variable independiente $y(x)$. (Ortega et al., n. d.)

Gracias al análisis de Hamilton sobre el aumento natural, podemos utilizar modelos para describir la dinámica el crecimiento de una planta y un tallo o tubérculo que es cilíndrico o cónico simétricamente y el fruto es esférico y elíptica (larga y plana

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

En el campo de la mecánica analítica, se estudia un sistema físico cuando al comenzar con conocer el potencial de interacción del sistema a partir del cual se construye la funcionalidad hamiltoniana (o lagrangiana) contiene información sistemas entonces obtenemos las ecuaciones para Movimiento hamiltoniano (o lagrangiana) a partir de la ecuación diferencial del segundo orden (segunda ley de Newton) para el sistema suelto esta es una ecuación diferencial y tienes orbitales

Para poder describir la dinámica del crecimiento de la planta usando física y matemática podemos realizar de la siguiente manera.

Ecuación de crecimiento

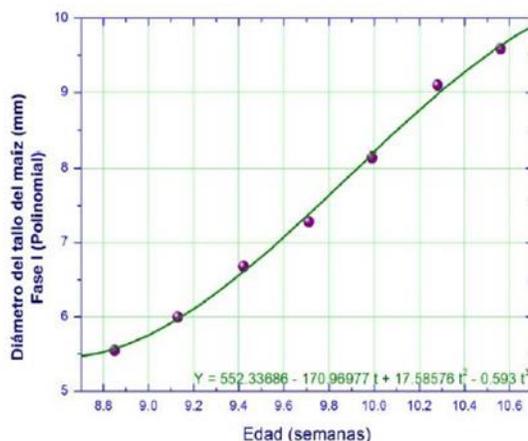


Figura 1: Ecuación de crecimiento

Teniendo en cuenta el conjunto de datos acerca del desarrollo de un sistema biológico admite ajustes polinomiales en el tiempo, como se puede apreciar en la imagen

$$y(t) = \sum_{k=0}^n a_k t^k,$$

los cuales se rigen a partir de una ecuación diferencial lineal de segundo orden (ecuación de crecimiento) La ecuación es una generalización de la segunda ley Newton para el comportamiento global rebrote natural contiene la suma de las fuerzas externas (lineal) que actúa sobre el sistema.

$$y + (a/m)y + (b/m)y = f(t)/m$$

Con término de forzamiento también polinomial en el tiempo

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

$$f(t) = \sum_{k=0}^n c_k t^k,$$

En donde las constantes c_k se relacionan con aquellas del ajuste polinomial

$$c_k = (k+2)(k+1)m a_{k+2} + (k+1)a a_{k+1} + b a_k,$$

En nuestro día nos vemos en un mundo lleno de constantes cambios, el uso de las ecuaciones diferencial han sido una parte esencial del programa de estudió aplicando de las ingenieras para llegar a tener un enfoque tecnológico en cada campo laboral, partiendo de esto podemos tener en cuenta la importancia de las ecuaciones diferenciales en el campo agrícola ayudando en el control de su crecimiento a partir de modelos dinámicos de comportamiento global de la vegetación natural (plantas, animales, personas, poblaciones, etc.), basado en una generalización de la segunda ley de Newton y la mecánica.

Motivar a los estudiantes durante la adquisición de actitudes académicas nuevas puede ser muy complicado al tratar de hallar modelos de aprendizaje didácticos incluso aprovechando cada recurso disponible para tener una mejor recepción y comprensión pese a tomar niveles de complejidad más altos o menor complejidad claro está que cada estudiante avanza a su ritmo.

Al hablar de ecuaciones diferenciales observamos un nivel de dificultad alto no solo por sus teoremas, sus definiciones o sus métodos de resolución si no por su alta complejidad de análisis si lo aplicamos a la física. Hay pocos estudios referentes ecuaciones diferenciales y física, si a esto añadimos la tecnología presente dificulta la compilación de esta lista en un solo estudio, razón por la cual se ha hecho una investigación en diferentes trabajos de muchos autores que se relacionan entre sí, siendo estos temas en el campo de las matemáticas aplicadas, uno de los temas generales más ha trabajados e investigados.

Muchos autores plantean un enfoque del término integral como punto de inicio para sus referentes teóricos y una elaboración de propuestas basadas en entornos tecnológicos (referente a la computación). Las matemáticas y la física están entre las grandes ciencias descubiertas por el hombre que ha probado e intentado explicar los diferentes fenómenos que ocurren en la vida acercándose a modelos que conocemos en la actualidad por ejemplo la teoría del calor y como utiliza la física con EDO.

En los últimos años, se han dado muchas publicaciones científicas, que hacen alusión a las metodologías para el aprendizaje de ecuaciones diferenciales, aplicadas en física, donde se le da el

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

agregado de utilizar tecnología, la cual es una competencia importante en el mundo actual para ello, el desarrollo de competencias constituye un factor importante en la formación de los estudiantes, puesto que implica formarlo en capacidades, habilidades y aptitudes que le permitan construir sus saberes y lograr aprendizajes significativos, si nos basamos en el aprendizaje de ecuaciones diferenciales, siempre se ve complejo, por el hecho de tener cierta complejidad numérica y algebraica, lo cual refleja cuando el número de estudiantes es significativo ya que muchos no logran alcanzar competencias de manera armónica, al contrario, se vuelve algo frustrante tanto para el estudiante como para el docente que imparte la cátedra por ello muchas veces el docente es visto como el villano de una historia mal contada en el proceso educativo.

El aprendizaje de la Matemática y Física debe ser vista como una actividad específica y compleja en la que no es suficiente el conocimiento científico, sino también que los docentes que la facilitan utilicen recursos didácticos que motiven a los estudiantes. Una clase de Ecuaciones Diferenciales mal diseñada es perjudicial para los estudiantes a largo plazo, ya que desde su punto de vista se vuelve aburrida, repetitiva y se convierte en un castigo donde son calificados, juzgados y hasta regañados, principalmente si estos estudiantes serán los futuros transmisores de conocimiento. Las aulas virtuales son un factor de vital importancia en la transformación de diversos campos de la sociedad.

Las herramientas tecnológicas, tienen el potencial de transformar la naturaleza de la educación en cuanto a dónde y cómo se produce el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como de introducir cambios en los roles de los profesores y los estudiantes, y en las diferentes acciones que se realiza en el proceso educativo. El uso de los medios tecnológicos requiere una nueva configuración del proceso y la metodología de enseñanza, porque el contenido a desarrollar no tiene que estar completamente en manos de los docentes, y los estudiantes ya no son solo receptores de información, ahora son constructores de su propio aprendizaje.

Debe entenderse que las TIC no son solo una simple herramienta, sino que en primer lugar constituyen una nueva forma de diálogo, estética, narrativa, conexión relacional, identidad y cosmovisión. Una de las consecuencias es que cuando una persona es excluida del acceso y uso de las TIC, se perderá la forma de existencia y existencia del mundo, y otros también perderán estos aportes.

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

La tecnología viene siendo, como un medio de verificación, para cálculos de gran complejidad, pero se vuelve necesario que el estudiante tenga la capacidad de análisis suficiente, para interpretar los resultados obtenidos.

Aplicación 1. Determine la velocidad de un vehículo al inicio de la huella de frenado

Elaborado: Autores

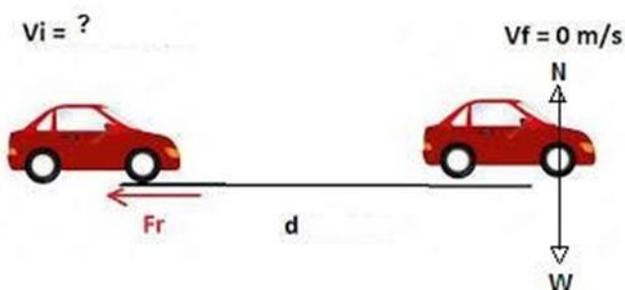


Figura 2: Aplicación de las Leyes de Newton

Aplicando leyes de Newton

$$\sum Fx = m \cdot a$$

$$-Fr = m \cdot a$$

$$-\mu \cdot N = m \cdot a \quad (1)$$

Reemplazando 2 en 1

$$-\mu \cdot N = m \cdot a$$

$$-\mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

$$a = -\mu \cdot g \quad (3)$$

Aplicando Cinemática (MRUV)

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

$$0 = v_0^2 + 2ad$$

$$v_0^2 = -2ad \quad (4)$$

Reemplazando 3 en 4

$$v_0^2 = -2(-\mu \cdot g) d$$

$$v_0^2 = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot d$$

$$v_0 = \sqrt{2\mu g d}$$

Aplicación 2. Simulación de un circuito eléctrico de tipo LR

Descripción del fenómeno físico

Un circuito eléctrico está formado por una fuente de fuerza electromotriz que produce un voltaje de $\mathcal{E}(t)$ medido en Voltios (V) y una corriente de $I(t)$ medida en Amperios (A) en el instante t . El circuito también contiene un resistor con una resistencia R medida en Ohms (Ω), un inductor L con una inductancia medida en Henrios (H) y un interruptor, tal como se muestra en el siguiente modelo gráfico:

Elaborado: Autores

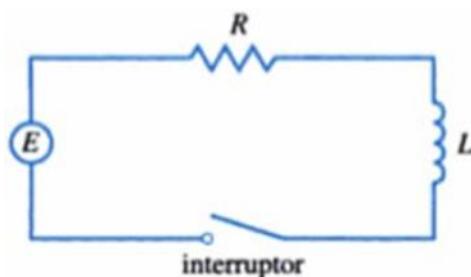


Figura 3: Circuito eléctrico

Se desea saber cómo será el comportamiento de la corriente $I(t)$ en el circuito, conforme transcurre el tiempo.

Teorías físicas que explican el fenómeno

- La Ley de Ohm proporciona la caída de voltaje debida al resistor como RI . La caída de voltaje ocasionada por el inductor es:

$$L \left(\frac{dI}{dt} \right)$$

- Una de las Leyes de Kirchhoff establece que la suma de caída de voltaje es igual al voltaje proporcionado $\mathcal{E}(t)$.

Por lo que se obtiene:

$$L \left(\frac{dI}{dt} \right) + RI = \mathcal{E}(t)$$

Teorías matemáticas que solucionan el problema

La anterior ecuación resultante es una ecuación diferencial ordinaria lineal de primer orden. La Teoría de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias establece que para este tipo de ecuaciones *existe* una solución general y con una condición inicial, esta solución será única. Esto justifica la búsqueda de la corriente I en el tiempo t .

Ejemplo:

Suponga que en el circuito:

- la Resistencia R es de 12Ω ,
- la inductancia L es de 4 H ,
- la fuente electromotriz proporciona un voltaje constante de 60 V ,
- el interruptor está cerrado cuando $t = 0$,
- de modo que la corriente comience con $I(0) = 0$, (Condición Inicial)

Determine:

- $I(t)$
- La corriente después de 1 s .
- El valor límite de la corriente.

Solución:

Parámetros:

$$L = 4 \quad R = 12 \quad (t) = 60$$

Sustituyendo éstos en la ecuación diferencial y en la condición inicial:

$$4 \left(\frac{dI}{dt} \right) + 12I = 60 ; I(0) = 0$$

Dividimos entre 4:

$$\left(\frac{dI}{dt} \right) + 3I = 15$$

Al multiplicar la ecuación por el factor integrante:

Se obtiene:

$$e^{3t} \left(\frac{dI}{dt} \right) + 3e^{3t}I = 15e^{3t}$$

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

$$\frac{d}{dt} (e^{3t}I) = 15e^{3t}$$

$$e^{3t}I = \int 15e^{3t} dt$$

$$e^{3t}I = 5e^{3t} + c$$

$$I(t) = 5 + c e^{-3t}$$

Como $I(0) = 0$, se tiene: $5 + C = 0$, entonces $C = -5$

Luego:

- a) La función que modela el comportamiento de la corriente I, en el circuito es:

$$I(t) = 5(1 - e^{-3t})$$

- b) Después de 1 segundo, la corriente es:

$$I(1) = 5(1 - e^{-3}) \approx 4,75 \text{ A}$$

- c) El valor límite de la corriente será:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (1 - e^{-3t}) = 5 - 5 \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-3t} = 5 - 0 = 5 \text{ A}$$

Simulación en Matlab

El fenómeno se simulará en un tiempo $t = 3.5$ segundos.

```
%%%%%%%%%
```

```
% SIMULACIÓN DE UN CIRCUITO ELÉCTRICO DE TIPO LR %
```

```
%%%%%%%%%
```

```
clear all
```

```
t=0:0.1:3.5; %Tiempo de simulación
```

```
% I(t)=5*(1-exp(-3*t)) es la solución de la EDO que modela el circuito
```

```
% GRÁFICA
```

```
plot(t,5*(1-exp(-3*t)), 'LineWidth',3), grid, legend ('Curva de comportamiento de la Corriente I(t), en Amperios')
```

```
axis ([0 4 0 6])
```

```
title ('Modelo del circuito simple LR')
```

```
xlabel ('Tiempo, t en Segundos'); ylabel ('Volteje, E en Voltios');
```

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

Elaborado: Autores

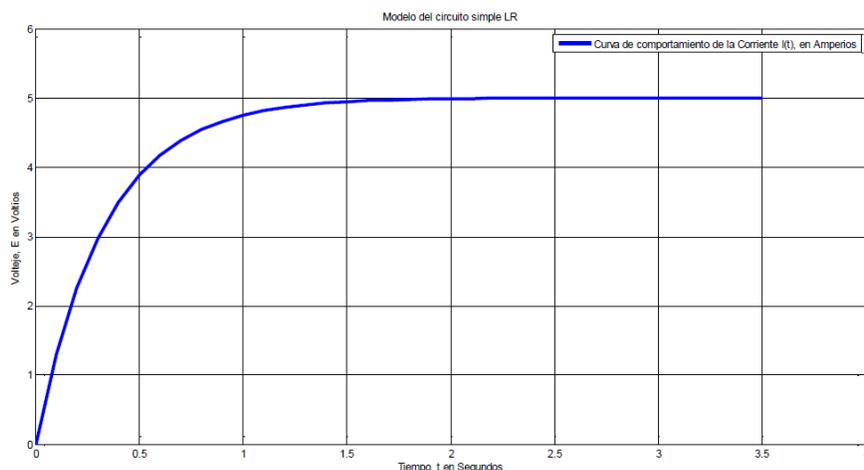


Figura 4: Simulación de un circuito eléctrico de tipo LR

Aplicación 3. Caída Libre

Un cuerpo cae a distancias cercanas a la Tierra, la fuerza neta está compuesta por dos fuerzas contrarias: la atracción hasta abajo debida a la gravedad F_D y la fuerza hacia arriba debida a la resistencia del aire F_V .

Elaborado: Autores



Figura 5: Simulación de un circuito eléctrico de tipo LR

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

Diagrama del cuerpo libre:



Esta figura es la representación matemática de las fuerzas que actúan sobre un paracaidista en descenso FD es la fuerza hacia abajo debida a la atracción de la gravedad. Fv es la fuerza hacia arriba debida a la resistencia del aire.

Fórmulas y Desarrollo:

$$dv/dt = F/m$$

Donde:

V= velocidad

T= tiempo

$$F = FD + FV \quad (2)$$

Si a la fuerza hacia abajo se le asigna un signo positivo, la segunda Ley de Newton puede ser utilizada para expresar la fuerza debida a la gravedad como:

$$FD = m * g \quad (3)$$

Donde la (g) es la constante gravitacional, o la aceleración debida a la gravedad que es aproximadamente igual a $9.81m/s^2$

La resistencia del aire puede expresarse de varias maneras. Una forma sencilla consiste en suponer que es linealmente proporcional a la velocidad, y que actúa en dirección hacia arriba tal como:

$$FV = -c * v \quad (4)$$

Donde (c) es una constante de proporcionalidad llamada coeficiente de arrastre. Así cuanto mayor sea la velocidad de caída, mayor será la fuerza hacia arriba debida a la resistencia del aire. El parámetro (c) toma en cuenta las propiedades del objeto que cae, como su forma o la aspereza de su superficie, que afectan la resistencia del aire. En este caso (c) podría ser función del tipo de traje o de la orientación usada por el paracaidista durante la caída libre.

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

La fuerza neta es la diferencia entre las fuerzas hacia abajo y las fuerzas hacia arriba. Por lo tanto, combinando las ecuaciones (1) a (4) se obtiene:

$$dv/dt = (m * g - c * v)/m \quad (5)$$

O simplificando el lado derecho de la igualdad

$$dv/dt = g - (c/m) * v$$

La ecuación (6) es un modelo que relaciona la aceleración de un cuerpo que cae con las fuerzas que actúan sobre él.

Conclusiones

- El uso de la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje permite el control dinámico de objetos matemáticos en varios registros representacionales en un escenario interactivo, lo cual es difícil de lograr con los métodos tradicionales, y permite el control dinámico de varios sistemas de representación de objetos matemáticos.
- Las ecuaciones diferenciales son herramientas matemáticas para la resolución de problemas cotidianos en todas las ramas de la ingeniería. Se utilizan para modelar muchos fenómenos físicos y comprender su comportamiento con el fin de desarrollar representaciones matemáticas que mejoren o expliquen su comportamiento.
- Las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales en física son muchas, a veces en procesos de aprendizaje en clases solo son visibles, porque se enfocan en repetir pasos, el uso de recursos tecnológicos debe ser visto como una forma adicional de lograr, por un lado, motivar tanto a los estudiante y docentes a través de software, simulaciones y herramientas interactivas las aplicaciones matemáticas vista en sus clases.
- Es necesario crear metodologías referentes a la aplicación de ecuaciones en diferencias en física, utilizando tecnología, para contribuir a los procesos de enseñanza-aprendizaje a nivel universitario o de cuarto nivel. El uso de los recursos tecnológicos conduce a dar solución a las demandas de la sociedad actual, permitiendo fomentar la creatividad de docentes y estudiantes mediante el aprovechamiento de la totalidad que ofrecen estos instrumentos tecnológicos.

Referencias

1. Artigue, M. (2003). *The teaching and learning of mathematics at university level*. En D. Holton et ál. An ICMI Study. Kluwer Academic Publishers, 207-220.
2. Atencia, A. & García, F. (2013). *Incorporación de las TIC en las metodologías de los docentes de especialización en docencia de CECAR*. Logos Ciencia & Tecnología, 5(1), 445-549.
3. Benet Rodríguez, M., Liliana Zafra, S., & Quintero Ortega, S. (2015). *La revisión sistemática de la literatura científica y la necesidad de visualizar los resultados de las investigaciones*. Revista Logos Ciencia & Tecnología, 7(1), 94-96. doi: <http://dx.doi.org/10.22335/rlct.v7i1.232>
4. Blandón Dávila, M. E. (2017). *Propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de Álgebra en la asignatura de Matemática General en la Facultad Regional Multidisciplinaria FAREM-Estelí, UNAN-Managua*. Tesis para optar al grado de doctora en Matemática Aplicada, Estelí, Nicaragua. Recuperado el 5 de marzo de 2021, de <https://repositorio.unan.edu.ni/8818/>
5. Fletes Calderón, O. R. (2021). *Las nuevas tecnologías en la educación superior, una oportunidad*. Revista Torreón Universitario, 1-2. Recuperado el 3 de enero de 2022, de <https://revistatorreonuniversitario.unan.edu.ni/index.php/torreon/article/view/362/661>
6. Flores Morales, J. J. (2017). *Modelo para la Enseñanza y Aprendizaje Asistido de las Matemáticas: Una propuesta didáctica de microplanificación para el desarrollo del tópico interpretación geométrica de la derivada y sus implicaciones en el análisis funcional*. Universidad Central “Martha Abreu” De Las Villas Santa Clara, Cuba Y Universidad Nacional Autónoma De Nicaragua Unan Managua, Juigalpa, Nicaragua.
7. Goldstein, H., *Classical Mechanics*. Third Edition. (Addison Wesley, New York, 2000) pp. 34 y 334. Marion J. B., *Dinámica Clásica de las Partículas y Sistemas*, segunda edición, (Editorial Reverté, México, 1998). Hauser, W., *Introducción a los Principios de la Mecánica*, (Ed. Uteha, México, 1965).
8. Herera, J. (19 de Abril de 2022). *UNAN-MANAGUA*. Obtenido de <http://portal.amelica.org/ameli/journal/387/3873100010/html/>
9. <http://funes.uniandes.edu.co/13627/1/Carranza2018Ecuaciones.pdf>

Aprendizaje de ecuaciones diferenciales aplicadas en física utilizando tecnología

10. Ortega, M. V., Lucy, O., Leal, R., & Mondragón, E. I. (n.d.). *Ecuaciones diferenciales y aplicaciones*. Edu.Co. Retrieved November 19, 2022, from <https://sired.udenar.edu.co/7344/1/Ecuaciones%20diferenciales.pdf>

©2022 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).